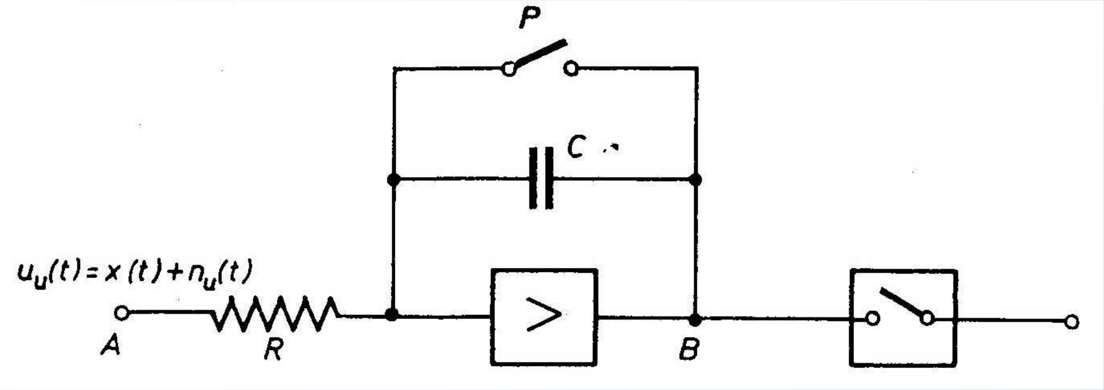
Prijemnik sa integriranjem i rasterećenjem

Ovaj prijemnik (*integrate and dump*) predstavlja još jednu varijantu prijemnika digitalnih signala čije su performanse pod određenim uslovima identične onima koje ima prijemnik sa podešenim filtrom. Ti uslovi su sledeći:

1. Prije svega, signal $x(t)$ mora da bude pravougaonog oblika konačnog trajanja T,
2. Na ulaz prijemnika dolazi bijeli šum konstantne spektralne gustine snage.

Blok šema ovakvog prijemnika prikazana je na slici.



Na ulazu se nalaze korisni signal $x(t)$ i aditivni bijeli Gauss-ov šum $n_u(t)$, tako da je ukupna pobuda:

$$u_u(t)=x(t)+n_u(t)$$

Integrator je sastavljen na uobičajen način od otpornika otpornosti R i kondenzatora kapaciteta C. Paralelno kondenzatoru je vezan pojačavač velikog pojačanja i prekidač P. Prekidač ima zadatak da osigura da na početku svakog signalizacionog intervala (t=0^+) kondenzator bude prazan. To se postiže njegovim rasterećenjem u vrlo kratkom intervalu u kom se prekidač P na kratko zatvori. Ovo se odigrava u vremenu t=0^- i to poslije trenutka u kome je odabiračem uzet odbirak iz prethodnog signalizacionog intervala. U posmatranom signalizacionom intervalu odbirak se uzima u trenutku t=T. Saglasno opisanim operacijama, ovaj prijemnik je i dobio svoje ime.

Ako sa T_i=CR označimo vremensku konstantu integratora, onda će na izlazu iz integratora biti signal čiji odbirak na kraju posmatranog signalizacionog intervala ima vrijednost:

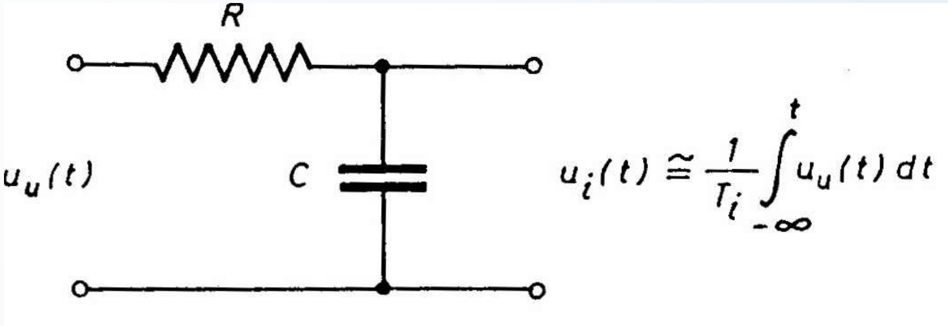
$$u_i(T) = \frac{1}{T_i}\int_0^T u_u(t)dt = \frac{1}{T_i}\int_0^T x(t)dt + \frac{1}{T_i}\int_0^T n_u(t)dt = y(T) + n_i(T)$$

Vidimo da ima dvije komponente. Jedna je posledica poslatog signala, a druga prisutnog šuma.
Kako je standardni signal pravougaonog oblika i ograničen na jedan signalizacioni interval, to je:

$$x(t) = \begin{cases} U, & 0 \le \mathrm{t} \le \mathrm{T} \\ 0, & \text{ostalo} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad y(T) = \frac{1}{T_i}\int_0^T U dt = \frac{1}{T_i} UT$$

Pronađimo sada srednju kvadratnu vrijednost odbiraka šuma. Da bi se to uradilo potrebno je najprije odrediti funkciju prenosa prijemnika.

U tu svrhu, polazi se od standardnog integratora:



$$u_i(T) = \frac{1}{T_i}\int_{-\infty}^{t} u_u(t)dt = \frac{1}{T_i}\int_{-\infty}^{t}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} U_u(j\omega)e^{j\omega t}d\omega dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} U_u(j\omega)\frac{1}{T_i}\int_{-\infty}^{t} e^{j\omega t}dtd\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{j\omega T_i}U_u(j\omega)e^{j\omega t}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H_i(j\omega)U_u(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

Odakle se dobija da je funkcija prenosa standardnog integratora data sa:

$$H_i(j\omega) = \frac{1}{j\omega T_i}$$

Za razliku od ovog standardnog integratora koji vrši svoju funkciju kontinualno u intervalu (-∞, t), sklop integratora u prijemniku sa integriranjem i rasterećenjem obavlja integraljenje ulaznog signala u intervalu trajanja T, tj. od nekog trenutka *t*-T do trenutka *t* (zbog prisustva prekidača P i njegove uloge).

Funkciju prenosa ovakvog sklopa možemo pronaći na sledeći način:

- signal na izlazu integratora u trenutku *t* je:

$$u_i(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{j\omega T_i} U_u(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

- signal na izlazu u trenutku *t*-T je:

$$u_i(t-T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{j\omega T_i} U_u(j\omega) e^{-j\omega T} e^{j\omega t} d\omega$$

To su dvije krajnje vrijednosti izlaznog signala iz integratora. Prema tome, u intervalu od *t*-T do *t* integral ulaznog signala biće jednak razlici ovih krajnjih vrijednosti :

$$u_i(t) - u_i(t-T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega T_i} U_u(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Dakle, može se zaključiti da je funkcija prenosa integratora sa rasterećenjem:

$$H_i(j\omega)=\frac{1-e^{-j\omega T}}{j\omega T_i}=\frac{T}{T_i}\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}e^{-j\frac{\omega T}{2}}$$

Sada je lako pronaći srednju kvadratnu vrijednost šuma na ulazu u sklop za odlučivanje. Ako je na ulazu u prijemnik prisutan bijeli šum čija spektralna gustina snage iznosi S_N, onda će spektralna gustina snage šuma na izlazu iz integratora biti:

$$S_{Ni}(\omega)=\left|H(j\omega)\right|^2 S_N=\left(\frac{T}{T_i}\right)^2\left(\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}\right)^2 S_N$$

odakle slijedi da će srednja kvadratna vrijednost šuma na izlazu biti:

$$\overline{n_i^2(t)}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S_{Ni}(\omega)d\omega=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{T}{T_i}\right)^2 S_N\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}\right)^2 d\omega$$

Kada se obavi integracija, nalazi se da je

$$\overline{n_i^2(t)} = \frac{1}{T_i^2} S_N T$$

Konačno, odnos koji predstavlja karakteristiku funkcije greške A_N je:

$$A_N = \frac{y^2(t)}{\overline{n_i^2(t)}} = \frac{U^2 T}{S_N} = \frac{W_x}{S_N} = A_{N\max}$$

Kao što se vidi, dolazi se do istog rezultata kao i u prijemniku s podešenim filtrom. Prema tome, prijemnik sa integriranjem i rasterećenjem faktički predstavlja jednu varijantu prijemnika s podešenim filtrom, pod uslovom da *x*(*t*) ima oblik pravougaonog impulsa.

VJEROVATNOĆA GREŠKE U PRIJEMNIKU SA PODEŠENIM FILTROM

Prethodna analiza je pokazala da su performanse prijemnika sa podešenim filtrom i korelacionog prijemnika međusobno jednake. Drugim riječima, ova dva rješenja predstavljaju dvije različite tehnike realizacije optimalnog filtra. Prema tome, izrazi za izračunavanje vjerovatnoće greške su identični.

Minimalna vrijednost vjerovatnoće greške u opštem slučaju M-arnih digitalnih signala, pod uslovom da su sve vrijednosti značajnog parametra jednako vjerovatne je data izrazom:

$$P_{e\min} = \frac{M-1}{M} erfc \frac{ay(t_m)}{\sqrt{2}\sigma} = \frac{M-1}{M} erfc \sqrt{\frac{a^2 W_x}{2S_N}}$$

Vidi se da ona zavisi od energije standardnog signala W_x koja se razvija u jednom signalizacionom intervalu na ulazu u prijemnik. Mnogo je podesnije da se u taj izraz umjesto energije uvede srednja snaga M-arnog digitalnog signala na ulazu u prijemnik P_s, tj. njegova srednja energija u jednom signalizacionom intervalu $W_s = P_s T$.

Srednja snaga M-arnog signala P_s u razmatranom slučaju, kada je standardni signal $x(t)$ ograničen na jedan signalizacioni interval i kada su sve vrijednosti značajnog parametra podjednako vjerovatne, može da se predstavi kao:

$$P_S = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\frac{1}{T}\int_0^T s_i^2 x^2(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt\,\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}s_i^2$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt = W_x$$ - energija standardnog signala.

Ako pretpostavimo da s_i uzima vrijednosti:

$$s_i = \begin{cases} 0,\ \pm 2a,\ \pm 4a,\ \pm\ \cdots\ \pm(\text{M-1})a & \text{;M-neparno} \\ \pm a,\ \pm 3a,\ \pm 5a, \pm\ \cdots\ \pm(\text{M-1})a & \text{;M-arno} \end{cases}$$

tada gore navedena suma postaje:

$$\sum_{i=1}^{M} s_i^2 = \frac{\left(M^2-1\right)}{3}Ma^2$$

Dakle, snaga signala se dobija kao:

$$P_S = \frac{M^2 - 1}{3}\frac{a^2 W_x}{T}$$

Ako u izrazu za vjerovatnoću greške a^2W_x prikažemo na osnovu gornje relacije, dobijamo:

$$P_{e\min} = \frac{M-1}{M} erfc\sqrt{\frac{3}{M^2-1}\frac{P_s T}{2S_N}}$$

U literaturi je uobičajeno da se ovaj izraz javlja u još dva oblika. Do njih se dolazi na sledeći način:

Umjesto spektralne gustine snage šuma $S_N(\omega)= S_N$ koja je definisana za pozitivne i negativne učestanosti, moguće je uvesti spektralnu gustinu snage šuma na ulazu u prijemnik definisanu samo za pozitivne učestanosti, tako da je $N_0=2S_N$; veličina $1/T=B_T$ predstavlja brzinu signaliziranja; proizvod $P_sT=W_s$ je srednja energija koju M-arni signal razvija na ulazu u prijemnik u jednom signalizacionom intervalu. Sada je:

$$P_{e\min} = \frac{M-1}{M} erfc\sqrt{\frac{3}{M^2-1}\frac{W_s}{N_0}} = \frac{M-1}{M} erfc\sqrt{\frac{3}{M^2-1}\frac{P_s}{B_T N_0}}$$

Za prenos poruka polarnim binarnim signalom je M=2, pa je:

$$P_{e\min} = \frac{1}{2} erfc\sqrt{\frac{P_s T}{2S_N}} = \frac{1}{2} erfc\sqrt{\frac{W_s}{N_0}} = \frac{1}{2} erfc\sqrt{\frac{P_s}{B_T N_0}}$$

A ako se u prenošenju poruka koristi unipolarni binarni signal, njegova srednja snaga na ulazu u prijemnik, pri uslovu da se binarni simboli šalju sa jednakom vjerovatnoćom, iznosi:

$$P_s = \frac{1}{2T}\left[\int_0^T s_i^2 x^2(t)dt + 0\right] = \frac{1}{2T}\int_0^T (2a)^2 x^2(t)dt = \frac{2a^2}{T}\int_0^T x^2(t)dt = \frac{2a^2 W_x}{T}$$

pa je minimalna vjerovatnoća greške pri prenosu unipolarnim signalom:

$$P_{e\min} = \frac{1}{2} erfc\sqrt{\frac{P_s T}{4S_N}} = \frac{1}{2} erfc\sqrt{\frac{W_s}{2N_0}} = \frac{1}{2} erfc\sqrt{\frac{P_s}{2B_T N_0}}$$

PRENOS DIGITALNIH SIGNALA NA DALJINU

Digitalni signali u osnovnom opsegu učestanosti prenose se na daljinu odgovarajućim prenosnim putevima (linkovima). Tokom prenosa ovi signali su izloženi linearnom izobličenju. Slabljenje i dodatna faza koje prenosni put unosi u komponente prenošenih signala zavise od učestanosti i čine signal poslije izvjesne dužine prenosa praktično neupotrebljivim. Radi toga, na određenim mjestima duž linka, dok signal još nije suviše izobličen, vrši se njegovo obnavljanje. Tako obnovljen može da se prenosi dalje.
U principu postoje dvije osnovne metode prenosa digitalnih signala na daljinu:

1. Pomoću pojačavačkih stanica

2. Pomoću obnavljačkih (regenerativnih) stanica

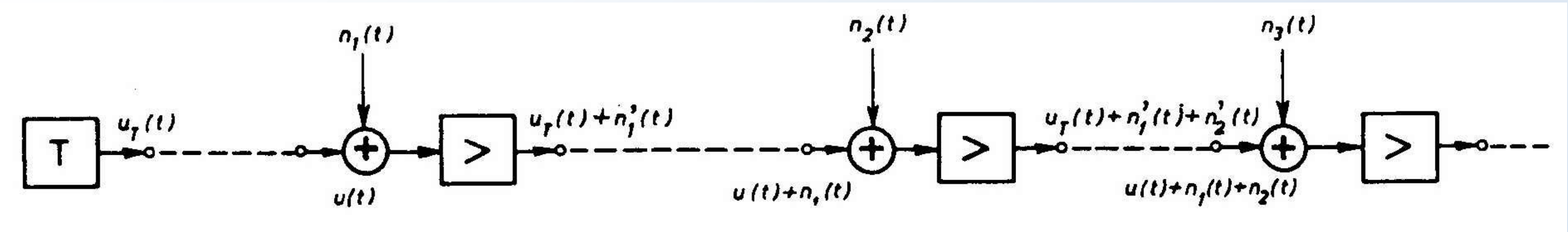
Prema prvom, ukupno rastojanje se podijeli na određeni broj dionica i na određena mjesta duž linka se postavljaju ***pojačavačke stanice***. U njima se pojačavaju oslabljeni signali i vrši se korekcija linearnog izobličenja pomoću odgovarajućih korektora. Što se tiče slučajnog šuma, on se sa jedne dionice prenosi na drugu, dodaje se šumu te dionice i tako redom duž ostalih dionica. Njegov uticaj u vezi ima ***kumulativan*** karakter i kvalitet prenosa se pogoršava kako broj dionica raste.Ovaj metod se češće koristi u prenosu analognih signala. U načelu može da se primijeni i za prenos digitalnih signala, međutim, za to postoji bolje rješenje.

Ono se sastoji u posebnoj obradi digitalnih signala kroz koju se oni na određenim mjestima duž linka obnavljaju. Skup sklopova u kojima se obavljaju te operacije, nazvaćemo ***obnavljačkom stanicom*** za razliku od pojačavačke stanice koja pojačava signal, ali i šum koji dolazi sa njim. U svakoj obnavljačkoj stanici donosi se odluka o tome koji je signal bio poslat i na osnovu te odluke regenerator generiše nov digitalni signal koji se prenosi dalje duž linka.

Osnovna prednost u prenošenju digitalnih signala na daljinu u odnosu na analogne signale, leži baš u procesu regeneracije. Jer, svaki put u toku toga procesa, generiše se nov signal koji je "očišćen" od šuma sa prethodne dionice. Dakle, signal se zaista obnovi i kumulativni efekat šuma ne postoji.

VJEROVATNOĆA GREŠKE ZA PRENOSNI PUT SA POJAČAVAČKIM STANICAMA

Na slici je prikazan dio jedne veze sa pojačavačkim stanicama:



Pretpostavimo da predajnik **T** šalje polarni binarni signal $u_T(t)$. Neka u trenucima odabiranja njegova amplituda iznosi $\pm U_T$. Pošto se prenese linkom, neka vremenska funkcija $u(t)$ opisuje ovaj signal na kraju dionice, na ulazu u pojačavačku stanicu i neka odbirci ovog signala u trenucima odabiranja imaju amplitude $\pm U$. Kako su pojačanja svih pojačavačkih stanica međusobno jednaka i jednaka slabljenju jedne dionice, to će na ulazu u svaku dionicu signal biti jednak $u_T(t)$, a na njenom kraju $u(t)$.

Pretpostavimo dalje da šum sa prve dionice i šum prve pojačavačke stanice, posmatran izolovano od ostalih dionica i pojačavačkih stanica, iznosi $n_1(t)$. Taj šum će se pojačati, na ulazu u drugu dionicu biće $n_1'(t)$ i na kraju te dionice opet će iznositi $n_1(t)$. Ovdje se, sada, ovom šumu dodaje šum druge dionice i druge pojačavačke stanice $n_2(t)$. Na taj način, pobuda na ulazu u drugu pojačavačku stanicu biće:

$$u(t)+n_1(t)+n_2(t)$$

Ako se trasa sastoji od ukupno *m* dionica, na kraju poslednje (*m*-te) dionice, na ulazu u prijemnik, postojaće oslabljeni signal *u*(*t*) i šum koji je suma šumova iz svih dionica, tj. stanje će biti opisano izrazom:

$$u_R(t) = u(t) + \sum_{i=1}^{m} n_i(t) = u(t) + n(t)$$

Odabiračem se u sklopu za odlučivanje uzimaju odbirci ovog signala i na osnovu njih se donosi odluka.

Ukupan šum se sastoji od *m* međusobno nezavisnih komponenti $n_1(t)$, $n_2(t)$, ..., $n_m(t)$ i svaki od njih predstavlja Gauss-ov slučajni proces, pa će i njhova suma predstavljati Gauss-ov slučajni proces. Uz uslov da je srednja vrijednost svakog od šumova jednaka 0, to će i srednja vrijednost ukupnog šuma n(*t*) biti jednaka 0. Isto tako, ako su varijanse raspodjele međusobno jednake:

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = ... = \sigma_m^2 = \sigma^2$$

varijansa ukupnog šuma je jednaka:

$$\sigma_e^2 = \overline{n^2(t)} = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + ... + \sigma_m^2 = m\sigma^2$$

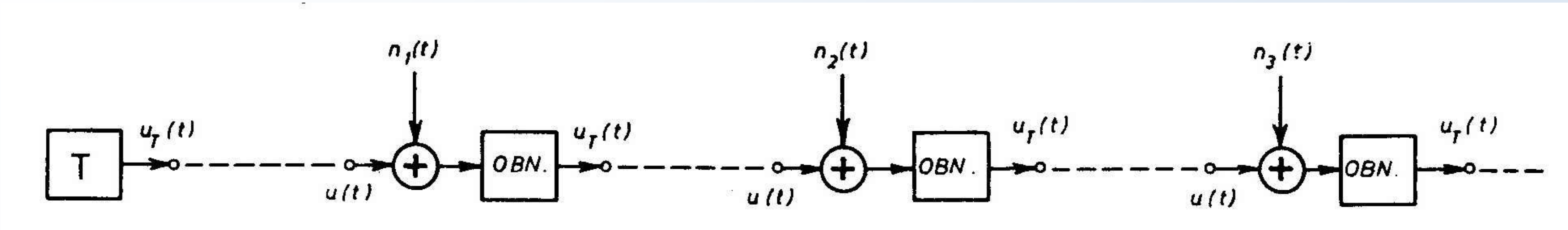
Sada možemo da izračunamo vjerovatnoću greške na kraju veze prema ranije izvedenom izrazu:

$$P_{em} = \frac{1}{2} erfc \frac{U}{\sqrt{2}\sigma_e} = \frac{1}{2} erfc \frac{U}{\sqrt{2m}\sigma}$$

Iz dobijene relacije se vidi kako sa porastom broja dionica *m* vjerovatnoća greške na kraju ukupne veze raste.

VJEROVATNOĆA GREŠKE ZA PRENOSNI PUT SA OBNAVLJAČKIM STANICAMA

Na slici je prikazan dio veze sa obnavljačkim stanicama:



I ovdje pretpostavimo da se šalje polarni binarni signal $u_T(t)$ čiji odbirci imaju amplitude $\pm U_T$. Na kraju dionice signal će biti $u(t)$, a amplitude njegovih odbiraka $\pm U$. Samo, kako je riječ o regeneraciji signala, to je pobuda na ulazu prvog obnavljača:

$$u(t)+n_1(t)$$

na ulazu drugog je:

$$u(t)+n_2(t)$$

i tako redom sve do kraja veze, pa na ulazu u prijemnik iznosi:

$$u(t)+n_m(t)$$

Pošto se na kraju svake dionice vrši ***regeneracija*** signala, ne postoji kumulativni efekat šuma (može doći do greške, ali šum na kraju ukupne veze je ustvari šum iz poslednje dionice).

Ako se smatra da šumovi $n_1(t)$, $n_2(t)$, ..., $n_m(t)$ predstavljaju Gauss-ove slučajne procese čija je srednja vrijednost nula, varijanse σ^2 su jednake i međusobno nezavisne, tada će vjerovatnoće greške na pojedinim dionicama biti međusobno jednake:

$$P_{e1} = P_{e2} = ... = P_{em} = P_e = \frac{1}{2} erfc \frac{U}{\sqrt{2}\sigma}$$

Ako se desi greška u jednoj obnavljačkoj stanici, ta greška se prosleđuje do kraja. Međutim, treba uočiti sledeće. Ako se u nekoj obnavljačkoj stanici učini greška u odlučivanju, onda se o tom pogrešnom digitu i na nekim od sledećih stanica mogu donositi opet pogrešne odluke. Kada je riječ o prenosu binarnih signala, digit koji je prošao kroz paran broj pogrešnih odluka, na kraj veze će da stigne kao tačan, a ukoliko je taj broj neparan, donesena odluka će biti pogrešna.

Uzimajući ovo u obzir, izraz za vjerovatnoću greške na kraju veze možemo da izvedemo na sledeći način:

- Početna pretpostavka je da se greška pravi u jednoj obnavljačkoj stanici, a na ostalima ne. Tada je vjerovatnoća greške:

$$P_e \left(1 - P_e\right)^{m-1}$$

- Pretpostavimo sada da se u svakoj od ***k*** specificiranih obnavljačkih stanica pravi greška sa vjerovatnoćom P_e, a u ostalim ***m-k*** se donosi tačna odluka sa vjerovatnoćom 1- P_e, vjerovatnoća greške je:

$$P_e^k \left(1 - P_e\right)^{m-k}$$

Međutim, ima više ovakvih mogućnosti u kojima se griješi na ***k*** stanica, a na ***m-k*** ne. Njihov broj je jednak broju načina na koje je moguće napraviti grupe od po ***k*** elemenata iz skupa od ***m*** različitih elemenata (broj kombinacija bez ponavljanja k-te klase od m elemenata):

$$\binom{m}{k} = \frac{m!}{k!\left(m-k\right)!}$$

Svaka od ovih mogućnosti je nezavisna od ostalih, pa je vjerovatnoća da se bilo koja od njih desi jednaka sumi vjerovatnoća da se desi svaka pojedinačno, tj.

$$P_e\left(k\right) = \binom{m}{k} P_e^k \left(1-P_e\right)^{m-k}$$

Ovo je poznata ***binomna rospodjela***. Ona predstavlja vjerovatnoću da se od dva različita moguća ishoda jednog događaja, *k* istih desi u ukupno *m* nezavisnih pokušaja.

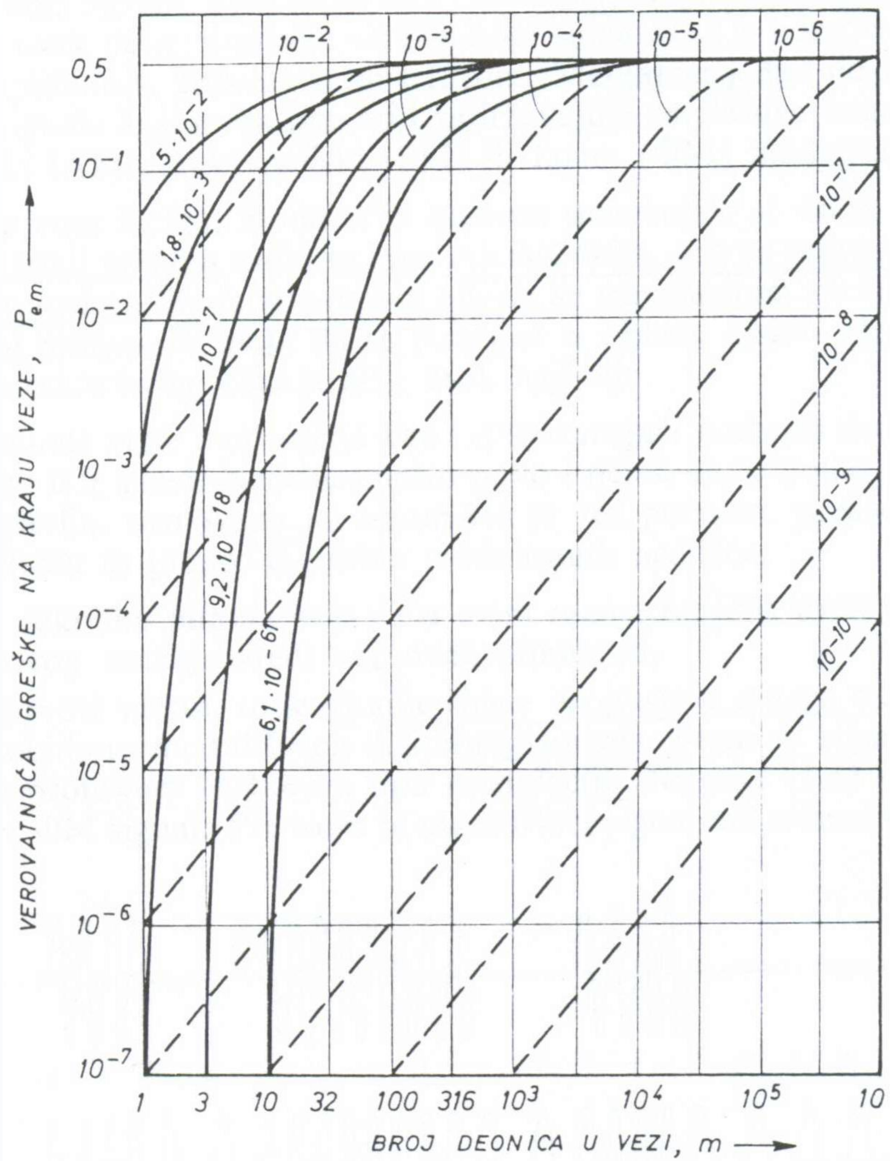
Sada je vjerovatnoća greške P_{em} na kraju veze sa *m* obnavljačkih stanica jednaka zbiru vjerovatnoća $P_e(k)$ za slučaj da je k=1, 3, 5, ..., $k_m \leq m$ dakle, za sve neparne vrijednosti k od 1 do m. Sada je, konačno, tražena vjerovatnoća greške:

$$P_{em} = mP_e\left(1-P_e\right)^{m-1} + \frac{m\left(m-1\right)\left(m-2\right)}{3!} P_e^3\left(1-P_e\right)^{m-3} + \ldots + =$$

$$= \sum_{\substack{k=1 \\ (k-neparno)}}^{m} \binom{m}{k} P_e^k\left(1-P_e\right)^{m-k}$$

U slučaju kada je $mP_e << 1$, ovaj obrazac približno glasi $P_{em} \cong mP_e$, odnosno:

$$P_{em} \cong mP_e = \frac{m}{2} erfc \frac{U}{\sqrt{2}\sigma}$$



Ako uporedimo izraze za vjerovatnoću greške u slučaju pojačavačkih i obnavljačkih stanica, vjerovatnoća greške znatno sporije raste sa porastom broja dionica *m* za vezu sa obnavljačkim stanicama. Stoga je prenos signala na daljinu sa obnavljačkim stanicama znatno povoljniji od prenosa sa pojačavačkim stanicama.

Na slici je prikazan primjer vrijednosti vjerovatnoće greške P_{em} na kraju veze od *m* dionica. Puno izvučene linije važe za vezu sa pojačavačkim stanicama, a isprekidane za vezu sa obnavljačkim stanicama. Parametar familije krivih je verovatnoća greške na jednoj dionici.

PRENOS DIGITALNIH SIGNALA MODULISANIM NOSIOCEM

Digitalni signali, isto kao i analogni, mogu da se prenose pomoću nosioca. Nosilac je uvijek deterministički sinusoidalni signal koji je određen sa svoja tri parametra: amplitudom, frekvencijom i fazom. Mijenjanjem jednog od njih srazmjerno digitalnom signalu koji treba prenijeti i zadržavanjem ostala dva parametra konstantnim, dobija se amplitudski (ASK), frekvencijski (FSK) ili fazno (PSK) modulisani signal.

Modulacija nosioca se najčešće primjenjuje onda kada se želi digitalni signal prenijeti radio vezom. Isto tako, primjenjuje se i u vezama po fizičkim vodovima, kada je osnovni cilj da se translacijom spektra signala ostvari višekanalni prenos ili da se signal translira iz oblasti niskih učestanosti na kojima transmisione karakteristike kanala nijesu uvijek najbolje.

Uobičajena terminologija u modulaciji digitalnih signala se nešto razlikuje od one primijenjene za analogne signale, tako da ovdje govorimo o:

- ASK (*Amplitude Shift Keying*)
- FSK (*Frequency Shift Keying*)
- PSK (*Phase Shift Keying*)

SISTEMI PRENOSA SA ASK

Kada se amplituda sinusoidalnog nosioca mijenja srazmjerno digitalnom modulišućem signalu dobija se ASK signal. Slično prenosu analognih signala, poruka se može prenijeti ASK signalom tipa ASK-2BO, ASK-1BO, ASK-NBO i KAM. U svim ovim slučajevima, modulišući signal se iz nosioca detektuje postupkom koherentne demodulacije. Posebno, u slučaju kada se poruka prenosi KAM signalom, signal koji je opisuje može da se izdvoji i detektorom anvelope.

Ova dva postupka detekcije modulišućeg signala na mjestu prijema, koherentna demodulacija i detekcija anvelope, bitno se razlikuju, pa će i biti posebno razmatrani.

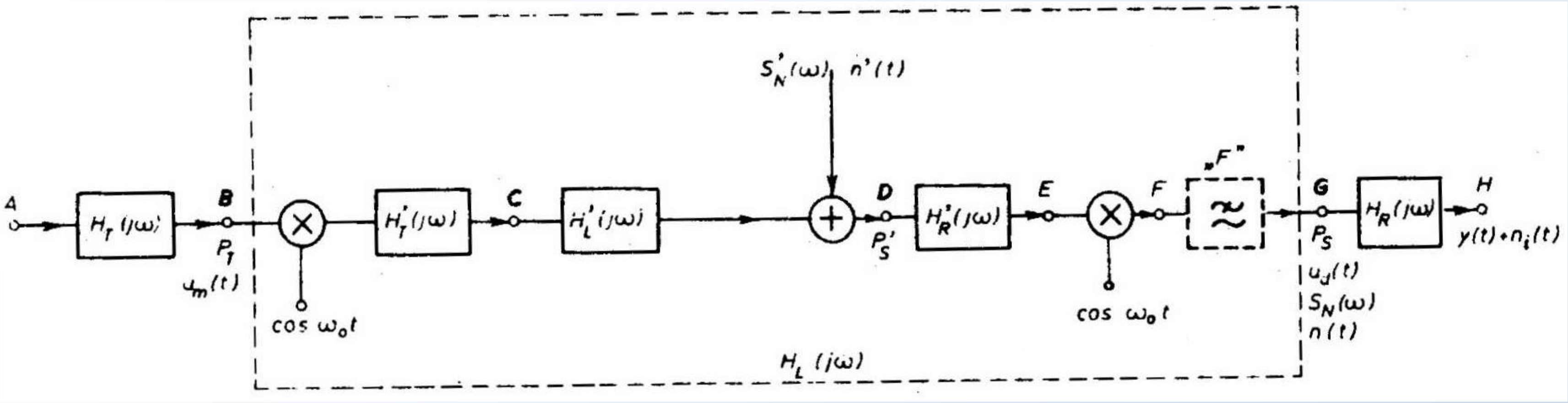
ASK SA KOHERENTNOM DEMODULACIJOM

Amplitudska modulacija i koherentna demodulacija u pogledu prenosa signala predstavljaju linearne postupke. Modulacija se sastoji u translaciji spektra signala koji opisuje poruku iz njegovog osnovnog opsega učestanosti u neki viši položaj na skali učestanosti, dok se demodulacijom na mjestu prijema taj spektar ponovo vraća u svoj originalni položaj.

Za vjernu reprodukciju signala potrebno je da širina transliranog spektra bude jednaka ili širini osnovnog opsega kada se prenos obavlja tipom signala ASK-1BO, ili njegovoj dvostrukoj širini kad je u pitanju prenos signalom tipa ASK-2BO. Odavde je jasno da je za ovakve sisteme prenosa, imajući u vidu njihov linearni karakter, moguće napraviti ekvivalentan model u osnovnom opsegu učestanosti. Ako se to uradi, onda će svi rezultati izvedeni za prenos digitalnih signala u osnovnom opsegu učestanosti, primijenjeni na taj ekvivalentni niskofrekvencijski model, istovremeno predstavljati i rješenje u analizi prenosa digitalnih signala amplitudski modulisanim nosiocem i koherentnom demodulacijom.

Pronađimo stoga taj ekvivalentni model u osnovnom opsegu učestanosti.

Na slici je prikazana principijelna šema sistema za prenos ASK signala sa koherentnom demodulacijom. Na ulazu u sistem između tačaka *A* i *B* postavljen je predajni filtar u osnovnom opsegu učestanosti.

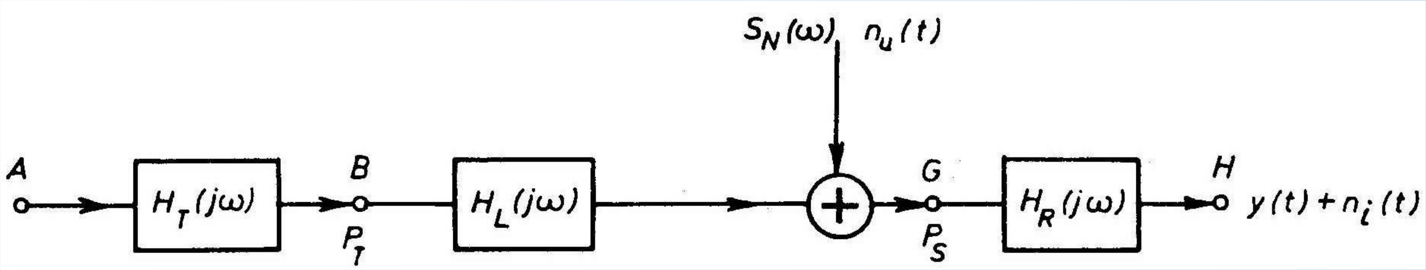


Njegova funkcija prenosa je $H_T(j\omega)$. Na izlazu iz sistema izmedu tačaka *G* i *H* nalazi se prijemni filtar u osnovnom opsegu čija je funkcija prenosa $H_R(j\omega)$. Dio koji je uokviren isprekidanom linijom sačinjavaju: modulator, predajni filtar propusnik opsega učestanosti čija je funkcija prenosa $H_T'(j\omega)$, sredina za prenos označena njenom funkcijom prenosa $H_L'(j\omega)$, ulazni filtar propusnik opsega učestanosti čija je funkcija prenosa $H_R'(j\omega)$, koherentni demodulator i NF filtar »F« koji odstranjuje komponente u okolini učestanosti $2\omega_0$ i koji može biti shvaćen kao dio demodulatora. Dio sistema za prenos od *B* do *C* odgovara VF predajniku, a dio od *D* do *G* predstavlja VF prijemnik.

Kako se spektar signala u tački *B* nalazi u osnovnom opsegu učestanosti, a isto tako i u tački *G*, to se onda taj dio sistema od *B* do *G* može zamijeniti nekim sistemom prenosa u osnovnom opsegu učestanosti, pod uslovom da funkcija prenosa takvog sistema bude identična funkciji prenosa sistema sa slike između tačaka *B* i *G.* Označimo tu funkciju prenosa sa $H_L(j\omega)$.

Ovo što je rečeno, odnosi se na signal. Da bi se napravio model sistema u osnovnom opsegu učestanosti ekvivalentan ASK sistemu sa slike, potrebno je uzeti u razmatranje i šum, jer na ulazu prijemnika, pored korisnog signala, imamo i aditivni šum okarakterisan spektralnom gustinom srednje snage $S_N'(\omega)$. Treba odrediti novi ekvivalentni izvor šuma koji postavljen u tačku *G* daje na ulazu u prijemni filtar $H_R(j\omega)$ isti onoliki šum koliki u toj istoj tački *G* stvara izvor šuma sa VF ulaza prijemnika iz tačke *D.*

Postupi li se i u pogledu signala i u pogledu šuma kao što je rečeno, dobija se model u osnovnom opsegu učestanosti koji je ekvivalentan razmatranom ASK sistemu, prikazan na slici:



Da bi u potpunosti odredili ovaj sistem potrebno je pronaći funkciju prenosa $H_L(j\omega)$ i spektralnu gustinu snage šuma $S_N(\omega)$.

1. Određivanje funkcije prenosa $H_L(j\omega)$:

Modulišući signal u tački *B* sistema za prenos ASK signala je $u_m(t)$, a njegova Fourier-ova transformacija je $U_m(j\omega)$.

Nakon produktne modulacije spektar ASK signala sa dva bočna opsega na izlazu iz modulatora, u tački *C* iznosi:

$$\frac{1}{2}U_m\left[j(\omega-\omega_0)\right]+\frac{1}{2}U_m\left[j(\omega+\omega_0)\right]$$

Na ulazu demodulatora u tački *E*, izraz za spektar prenošenog signala tipa ASK -2BO je:

$$H'_{TLR}(j\omega)\left\{\frac{1}{2}U_m\left[j(\omega-\omega_0)\right]+\frac{1}{2}U_m\left[j(\omega+\omega_0)\right]\right\}$$

gdje je ukupna funkcija prenosa sistema:

$$H'_{TLR}(j\omega)=H'_T(j\omega)\cdot H'_L(j\omega)\cdot H'_R(j\omega)$$

Spektar signala na izlazu iz koherentnog demodulatora, u tački *F* iznosi :

$$\frac{1}{4}H'_{TLR}\left[j(\omega-\omega_0)\right]\left\{U_m\left[j(\omega-2\omega_0)\right]+U_m(j\omega)\right\}+$$
$$+\frac{1}{4}H'_{TLR}\left[j(\omega+\omega_0)\right]\left\{U_m(j\omega)+U_m\left[j(\omega+2\omega_0)\right]\right\}$$

Filtar »F« na slici je postavljen da bi zajedno sa množačem ispred njega predstavljao demodulator na čijem izlazu nema parazitnih produkata u okolini učestanosti $2\omega_0$. On propušta komponente iz opsega $-\omega_m\leq\omega\leq\omega_m$. Osim toga, modulišuci signal $u_m(t)$ mora da ima spektar ograničen učestanošću ω_m, što je uslovljeno samim postupkom modulacije. Ako se ova dva uslova unesu u gornji izraz, dobija se da je spektar signala $u_d(t)$ prenesenog ASK sistemom sa slike u tački *G* dat sa:

$$U_d(j\omega)=\frac{1}{4}H'_{TLR}[j(\omega-\omega_0)]U_m(j\omega)+\frac{1}{4}H'_{TLR}[j(\omega+\omega_0)]U_m(j\omega)$$

Uvede li se sledeća oznaka:

$$H_L(j\omega)=\frac{1}{4}\left\{H'_{TLR}[j(\omega-\omega_0)]+H'_{TLR}[j(\omega+\omega_0)]\right\}$$

dobija se da je $U_d(j\omega)=H_L(j\omega)U_m(j\omega)$. Na osnovu ovog izraza zaključujemo da $H_L(j\omega)$ predstavlja traženu funkciju prenosa modela sistema u osnovnom opsegu učestanosti koji je ekvivalentan ASK sistemu.

2. Da bi ekvivalentni sistem bio u potpunosti određen, treba pronaći i spektralnu gustinu srednje snage šuma $S_N(\omega)$ u tački *G*. Ta spektralna gustina određuje ekvivalentni izvor šuma na slici koja predstavlja model sistema u osnovnom opsegu učestanosti.
Ako je spektralna gustina srednje snage šuma na VF ulazu u prijemnik u tački *D* jednaka $S_N'(\omega)$, onda je spektralna gustina snage šuma na izlazu prijemnog filtra propusnika opsega u tački *E* na ulazu u demodulator jednaka:

$$S'_N(\omega)\left|H'_R(j\omega)\right|^2$$

Na izlazu iz demodulatora u tački *G* spektralna gustina srednje snage šuma $S_N(\omega)$ iznosi:

$$S_N(\omega)=\frac{1}{4}S_N^{'}(\omega-\omega_0)\left|H_R^{'}\left[j(\omega-\omega_0)\right]\right|^2+\frac{1}{4}S_N^{'}(\omega+\omega_0)\left|H_R^{'}\left[j(\omega+\omega_0)\right]\right|^2$$

Sada je izrazima za $H_L(j\omega)$ i $S_N(\omega)$ ekvivalentni model u potpunosti određen i on važi za sve tipove prenošenih ASK signala, s tim što se funkcija prenosa $H_L(j\omega)$ određuje za svaki pojedinačni posmatrani slučaj.

Prema tome, svi zaključci do kojih se došlo u analizi prenosa digitalnih signala u osnovnom opsegu učestanosti mogu se primijeniti u analizi ASK sistema. Znači, ne moramo da vodimo računa o modulaciji, već sistem možemo da posmatramo kao da je riječ o prenosu u osnovnom opsegu i možemo primijeniti sve izvedene uslove za prenos bez ISI, optimizaciju sistema, vjerovatnoću greške, ...

Izvedimo izraze za vjerovatnoću greške za slučaj prenosa digitalnih signala ASK signalima tipa ASK-1BO i ASK-2BO uz uslov da je izvršena optimizacija sistema.

Šum je bijeli, Gaussov, pa je spektralna gustina snage šuma na VF ulazu u prijemnik:

$$S_N'(\omega)= S_N'=\text{const.}$$

pa će i na izlazu iz ASK sistema u tački *G* takođe biti konstantna i jednaka:

$$S_N(\omega)= S_N=\text{const.}$$

Da bi ovaj uslov bio ispunjen mora i funkcija prenosa $H_R'(j\omega)$ filtra propusnika opsega učestanosti u propusnom opsegu biti takođe konstantna:

$$|\, H_R'(j\omega)\, |= H_R'=\text{const,}$$

što predstavlja uslov koji je gotovo uvijek ispunjen u praksi.

Ako sada uvedemo pretpostavku da je još i funkcija prenosa ekvivalentnog modela

$$H_L(j\omega)= H_L=\text{const.}$$

kao što je to bilo pretpostavljeno u diskusiji o optimizaciji sistema, tada će u slučaju sistema za prenos ASK signala kada se njim prenose M-arni digitalni signali minimalna vjerovatnoća greške iznositi:

$$P_{e\min} = \frac{M-1}{M} erfc\sqrt{\frac{3}{M^2-1}\frac{P_T H_L^2 T}{2S_N}}$$

Kako je P_T srednja snaga signala u tački *B*, to na izlazu ASK sistema u tački *G*, snaga signala iznosi:

$$P_S=H_L^2 P_T$$

Sada je minimalna vjerovatnoća greške data izrazom:

$$P_{e\min} = \frac{M-1}{M} erfc\sqrt{\frac{3}{M^2-1}\frac{P_S}{2S_N\frac{1}{T}}} = \frac{M-1}{M} erfc\sqrt{\frac{3}{M^2-1}\frac{P_S}{2S_N B_T}} =$$

$$= \frac{M-1}{M} erfc\sqrt{\frac{3}{M^2-1}\frac{P_S}{N_0 B_T}}$$

U ovom izrazu je $N_0=2S_N$ spektralna gustina snage šuma definisana samo za pozitivne učestanosti, dok je $B_T=1/T$ brzina signaliziranja.
Kada se navedeni izraz koristi za izračunavanje minimalne vjerovatnoće greške u sistemima prenosa sa ASK, onda je naročito podesno da se, umjesto snage signala P_S i spektralne gustine šuma S_N na izlazu iz ASK sistema u tački *G* na slici, uvede snaga signala P_S' i spektralna gustina S_N'. Naime, te veličine na ulazu VF prijemnika predstavljaju podatke koji su obično poznati.

Učinimo to za slučaj prenosa ***ASK-1BO*** signala.

Kada se digitalni signal prenosi ASK signalom sa jednim bočnim opsegom, onda i filtar $H_R'(j\omega)$ i filtar »F« sa slike propuštaju samo komponente iz tog jednogbočnog opsega. U ovom slučaju opseg učestanosti sa ulaza demodulatora samo se translira i na njegovom izlazu taj opseg je širok isto onoliko koliko i na ulazu. Ono što se dešava sa komponentama signala, to se dešava i sa komponentama šuma. Prema tome, odnos signal/šum na ulazu ostaje isti koliki i na izlazu, pa važi da je:

$$\frac{P_S}{S_N} = \frac{P_S^{'}}{S_N^{'}} = \frac{P_{S(1\mathrm{BO})}^{'}}{S_N^{'}} = \frac{P_T}{S_N}$$

Ovo znači da će u uslovima optimalnog prenosa, minimalna vjerovatnoća greške u sistemu u kome se prenosi signal tipa ASK-1BO biti identična onoj u sistemu prenosa u osnovnom opsegu, pod uslovom da je u oba sistema odnos P_T/S_N isti.

Ako za snagu signala P_S' uvedemo oznaku $P_S' = P_{S'(1BO)}$, izraz za minimalnu vjerovatnoću greške u sistemu sa prenosom signala tipa ASK-1BO iznosi:

$$P_{e\min} = \frac{M-1}{M} erfc\sqrt{\frac{3}{M^2-1}\frac{P'_{S(1\mathrm{BO})}}{2S'_N B_T}}$$

Slično se može izvesti izraz za minimalnu vjerovatnoću greške pri prenosu **ASK-2BO**.

Da bi izrazili odnos P_S/S_N kao funkciju odgovarajućih veličina na ulazu VF prijemnika, postupićemo na sledeći način:

Ako P_S' predstavlja srednju snagu signala ASK-2BO, onda je u svakom od njegova dva bočna opsega snaga jednaka $P_S'/2$. U sistemu ASK sa dva bočna opsega, nakon koherentne demodulacije, iz svakog bočnog opsega sa ulaza na izlazu iz demodulatora postoji po jedna komponenta iste učestanosti i iste faze. Te dvije komponente sabiraju se po fazi, dakle, po naponu, pa je zato snaga demodulisanog signala 4 puta veća od snage u jednom bočnom opsegu.

Što se tiče šuma, njegove komponente iz dva bočna opsega sa ulaza daju na izlazu demodulatora po dvije komponente istih učestanosti, ali slučajnih faza. Zato se one sabiraju po snazi, tj. snaga šuma na izlazu demodulatora je 2 puta veća od snage šuma u jednom bočnom opsegu. Ako je spektralna gustina snage šuma u tom bočnom opsegu S_N', onda je spektralna gustina snage šuma na izlazu iz demodulatora 2 puta veća. Prema tome, biće:

$$\frac{P_S}{S_N} = \frac{4\frac{1}{2}P'_S}{2S'_N} = \frac{P'_S}{S'_N} = \frac{P'_{S(2\mathrm{BO})}}{S'_N}$$

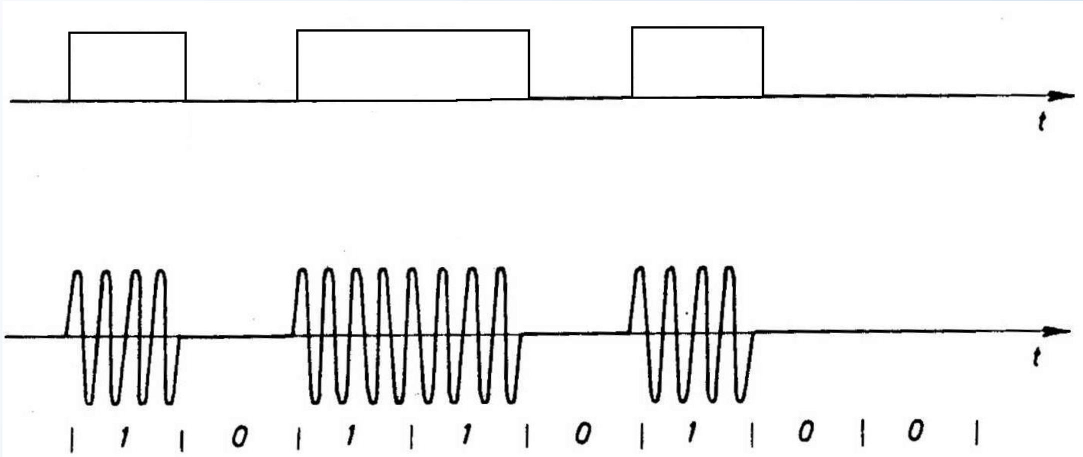
Sada izraz za minimalnu vjerovatnoću greške u sistemu u kome se prenos obavlja tipom signala ASK-2BO iznosi:

$$P_{e\min} = \frac{M-1}{M} erfc\sqrt{\frac{3}{M^2-1}\frac{P'_{S(2\mathrm{BO})}}{2S'_N B_T}}$$

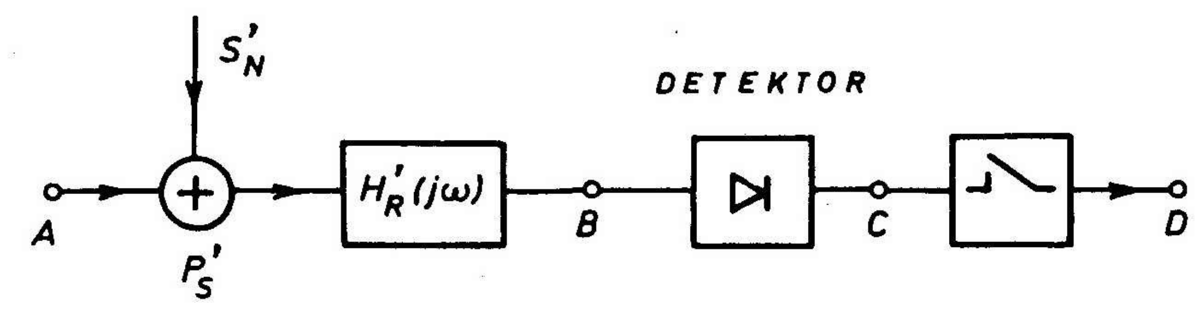
Upoređujući sistem ASK-1BO i sistem ASK-2BO, vidi se da bi oni za jednake snage signala na VF ulazu u prijemnik i za jednaku spektralnu gustinu snage šuma, imali i jednake vjerovatnoće greške. Pri tome, sistem ASK-1BO zahtjeva propusni opseg 2 puta manji od sistema u kome se prenosi signal tipa ASK-2BO.

PRENOS DIGITALNIH SIGNALA U SISTEMIMA SA ASK I DETEKCIJOM ANVELOPE (NEKOHERENTNA DEMODULACIJA)

U prenosu digitalnih signala u sistemima sa ASK i detekcijom anvelope treba pomenuti slučaj u kome se prenose ***unipolarni*** binarni signali. Oblik odgovarajućeg ASK signala prikazan je na slici. <u>Zbog svog oblika ovakav signal se često naziva signalom »sve ili ništa«</u>.



Sam oblik ovog ASK signala ukazuje na to da se signal koji predstavlja poruku iz njega na prijemu može otkriti detektorom anvelope. Blok šema takvog prijemnika prikazana je na slici.



S obzirom na to da detektovani signal ima oblik anvelope ulaznog AM signala, vjerovatnoća greške u ovakvom sistemu biće minimalna kada funkcija prenosa filtra $H_R'(j\omega)$ bude takva da njemu ekvivalentni filtar propusnik niskih učestanosti ima funkciju prenosa podešenu detektovanom signalu, tj. anvelopi ulaznog signala. Ako je ta funkcija prenosa ekvivalentnog filtra $H_e(j\omega)$, onda funkcija prenosa treba da bude:

$$H_R'(j\omega)=\frac{1}{2}H_e\left[j(\omega-\omega_0)\right]+\frac{1}{2}H_e\left[j(\omega+\omega_0)\right]$$

Određivanje izraza za vjerovatnoću greške je dosta složeno i moraju se vršiti određene aproksimacije. U slučaju da je na ulazu u sistem odnos signal/šum velik, vjerovatnoća greške može približno da se izračuna prema izrazu:

$$P_e \cong \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}A_N'} \qquad , \qquad A_N'=\frac{P_S'T}{2S_N'}=\frac{P_S'}{N_0'B_T}$$

P_s' predstavlja srednju snagu »sve ili ništa« signala. Ako U_0 predstavlja amplitudu sinusoidalnog nosioca u intervalu u kome se šalje znak, onda je snaga P_s' pri jednakim vjerovatnoćama slanja binarnih cifara 0 i 1, na jediničnoj otpornosti jednaka:

$$P_S'=\frac{1}{2}\frac{U_0^2}{2}$$

Da bi se ocijenio kvalitet prenosa signala u sistemu sa ASK i detekcijom anvelope, interesantno je da se on uporedi sa sistemom u kom se prenos obavlja signalom tipa ASK-2BO i koherentnom demodulacijom.
U sistemu prenosa polarnog binarnog signala postupkom ASK-2BO i koherentnom demodulacijom važi da je minimalna vjerovatnoća greške:

$$P_{e(ASK-2BO)} = \frac{1}{2} erfc \sqrt{\frac{P'_{S(2BO)}}{2S'_N B_T}}$$

Poređenje može da se vrši uz uslov da je odnos srednje snage signala i šuma na ulazu u prijemnik u oba sistema isti, tj. važi:

$$\frac{P'_S}{2S'_N B_T} = \frac{P'_{S(2BO)}}{2S'_N B_T} = A'_N$$

Konačno, u slučaju koherentne demodulacije se dobija:

$$P_{e\min} = P_{e(ASK-2BO)} = \frac{1}{2} erfc \sqrt{A'_N}$$

Koristeći aproksimaciju:

$$erfcx \cong \frac{e^{-x^2}}{\sqrt{\pi}x} \quad , x >> 1$$

Uz uslov da je A_N' >>1 izraz za vjerovatnoću greške postaje:

$$P_{e(AM-2BO)} \cong \frac{1}{2}\frac{e^{-A_N'}}{\sqrt{\pi}\sqrt{A_N'}} \quad , \qquad A_N' >> 1$$

Odnosno, za sistem sa nekoherentnom demodulacijom važi:

$$P_{e(DA)} \cong \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}A_N'} \qquad => \qquad P_{e(DA)} \cong \sqrt{\pi A_N'}\, e^{\frac{1}{2}A_N'} P_{e(ASK-2BO)}$$

Jasno je da se bolje performanse ostvaruju u sistemima sa koherentnom demodulacijom. To je i razlog što sistemi sa detektorom anvelope dosta, iako dosta jednostavni, nisu našli značajniju primjenu.